

Matlab 作业：行列式计算

福建师大数学与计算机科学学院

张圣贵

例 1: 设按正态分布随机生成一个 8 阶整数矩阵 A , 并计算 A 的行列式.
在 Matlab 的命令窗键入

```
A=round(randn(8)*10) % 设按正态分布随机生成一个8阶整数矩阵  
a=det(A)           % 计算A的行列式
```

输出

A =

```
-5    -5     5     2   -10     0    -1   -17  
-7     2     6    12    -8     8   -10     8  
-3     4    -1    -6    22     7     9    14  
-12    2     3    -5     4    -2   -11     7  
 2     0    -3     7    -4    -1    -7     1  
 1   -16    -3     0     0     1   -12    -9  
 0     3    -4    15    -3    -8    11    -8  
-22    -1   -10   -17    10    -2    -7    12
```

a =

```
-1840129595
```

则矩阵 A 为

$$\begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 & 2 & -10 & 0 & -1 & -17 \\ -7 & 2 & 6 & 12 & -8 & 8 & -10 & 8 \\ -3 & 4 & -1 & -6 & 22 & 7 & 9 & 14 \\ -12 & 2 & 3 & -5 & 4 & -2 & -11 & 7 \\ 2 & 0 & -3 & 7 & -4 & -1 & -7 & 1 \\ 1 & -16 & -3 & 0 & 0 & 1 & -12 & -9 \\ 0 & 3 & -4 & 15 & -3 & -8 & 11 & -8 \\ -22 & -1 & -10 & -17 & 10 & -2 & -7 & 12 \end{pmatrix}$$

其行列式的值 $|A| = -1840129595$

例 2: 按均匀分布随机生成一个 10 阶矩阵 B , 并计算 $|B|$.

在 Matlab 的命令窗键入

```
B=rand(10) % 按均匀分布随机生成生成一个10阶矩阵
a=det(B) % 计算A的行列式
```

输出

B=

Columns 1 through 7

0.4398	0.9342	0.1370	0.4225	0.2974	0.3759	0.1939
0.3400	0.2644	0.8188	0.8560	0.0492	0.0099	0.9048
0.3142	0.1603	0.4302	0.4902	0.6932	0.4199	0.5692
0.3651	0.8729	0.8903	0.8159	0.6501	0.7537	0.6318
0.3932	0.2379	0.7349	0.4608	0.9830	0.7939	0.2344
0.5915	0.6458	0.6873	0.4574	0.5527	0.9200	0.5488
0.1197	0.9669	0.3461	0.4507	0.4001	0.8447	0.9316
0.0381	0.6649	0.1660	0.4122	0.1988	0.3678	0.3352
0.4586	0.8704	0.1556	0.9016	0.6252	0.6208	0.6555
0.8699	0.0099	0.1911	0.0056	0.7334	0.7313	0.3919

Column 8 through 10

0.6273	0.7165	0.1146
0.6991	0.5113	0.6649
0.3972	0.7764	0.3654
0.4136	0.4893	0.1400
0.6552	0.1859	0.5668
0.8376	0.7006	0.8230
0.3716	0.9827	0.6739
0.4253	0.8066	0.9994
0.5947	0.7036	0.9616
0.5657	0.4850	0.0589

a =

-0.0048

则矩阵 B 为

0.4398	0.9342	0.1370	0.4225	0.2974	0.3759	0.1939	0.6273	0.7165	0.1146
0.3400	0.2644	0.8188	0.8560	0.0492	0.0099	0.9048	0.6991	0.5113	0.6649
0.3142	0.1603	0.4302	0.4902	0.6932	0.4199	0.5692	0.3972	0.7764	0.3654
0.3651	0.8729	0.8903	0.8159	0.6501	0.7537	0.6318	0.4136	0.4893	0.1400
0.3932	0.2379	0.7349	0.4608	0.9830	0.7939	0.2344	0.6552	0.1859	0.5668
0.5915	0.6458	0.6873	0.4574	0.5527	0.9200	0.5488	0.8376	0.7006	0.8230
0.1197	0.9669	0.3461	0.4507	0.4001	0.8447	0.9316	0.3716	0.9827	0.6739
0.0381	0.6649	0.1660	0.4122	0.1988	0.3678	0.3352	0.4253	0.8066	0.9994
0.4586	0.8704	0.1556	0.9016	0.6252	0.6208	0.6555	0.5947	0.7036	0.9616
0.8699	0.0099	0.1911	0.0056	0.7334	0.7313	0.3919	0.5657	0.4850	0.0589

其行列式的值 $|B| = -0.0048$

例 3: 生成一个 10 阶范德蒙行列式, 并计算它的值.

```
v=[1 2 3 4 5 -1 -2 -3 -4 -5] % 定义向量v
V=vander(v) % 设按正态分布随机生成一个8阶整数矩阵
a=det(V) % 计算A的行列式
```

输出

v =

1	2	3	4	5	-1	-2	-3	-4	-5
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----

V =

Columns 1 through 5

1	1	1	1	1
512	256	128	64	32
19683	6561	2187	729	243
262144	65536	16384	4096	1024
1953125	390625	78125	15625	3125
-1	1	-1	1	-1
-512	256	-128	64	-32
-19683	6561	-2187	729	-243
-262144	65536	-16384	4096	-1024
-1953125	390625	-78125	15625	-3125

Columns 6 through 10

1	1	1	1	1
16	8	4	2	1
81	27	9	3	1
256	64	16	4	1
625	125	25	5	1
1	-1	1	-1	1
16	-8	4	-2	1
81	-27	9	-3	1
256	-64	16	-4	1

625 -125 25 -5 1

a =

4.6240e+023

则范德蒙行列式为

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 512 & 256 & 128 & 64 & 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ 19683 & 6561 & 2187 & 729 & 243 & 81 & 27 & 9 & 3 & 1 \\ 262144 & 65536 & 16384 & 4096 & 1024 & 256 & 64 & 16 & 4 & 1 \\ 1953125 & 390625 & 78125 & 15625 & 3125 & 625 & 125 & 25 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ -512 & 256 & -128 & 64 & -32 & 16 & -8 & 4 & -2 & 1 \\ -19683 & 6561 & -2187 & 729 & -243 & 81 & -27 & 9 & -3 & 1 \\ -262144 & 65536 & -16384 & 4096 & -1024 & 256 & -64 & 16 & -4 & 1 \\ -1953125 & 390625 & -78125 & 15625 & -3125 & 625 & -125 & 25 & -5 & 1 \end{vmatrix} = 4.6240 \times 10^{23}$$

例 4: 随机生成一个 6 阶矩阵 A, 并计算行列式 |A| 的第 2 行各元素的余子式和代数余子式.

键入

```
A=rand(6)
A_21=det([A(1,2:6); A(3:6,2:6)])
A_22=det([A(1,1) A(1,3:6); A(3:6,1) A(3:6, 3:6)])
A_23=det([A(1,1:2) A(1,4:6); A(3:6,1:2) A(3:6, 4:6)])
A_24=det([A(1,1:3) A(1,5:6); A(3:6,1:3) A(3:6, 5:6)])
A_25=det([A(1,1:4) A(1,6); A(3:6,1:4) A(3:6, 6)])
A_26=det([A(1,1:5); A(3:6,1:5)])
```

输出

A =

0.8699	0.2473	0.6109	0.2460	0.3418	0.5030
0.7694	0.3527	0.0712	0.5874	0.4018	0.7220
0.4442	0.1879	0.3143	0.5061	0.3077	0.3062
0.6206	0.4906	0.6084	0.4648	0.4116	0.1122
0.9517	0.4093	0.1750	0.5414	0.2859	0.4433
0.6400	0.4635	0.6210	0.9423	0.3941	0.4668

M₂₁ =

0.0072

M₂₂ =

0.0102

M₂₃ =

0.0036

M₂₄ =

-0.0056

M₂₅ =

-0.0079

M₂₆ =

0.0092

则行列式

$$A = \begin{vmatrix} 0.8699 & 0.2473 & 0.6109 & 0.2460 & 0.3418 & 0.5030 \\ 0.7694 & 0.3527 & 0.0712 & 0.5874 & 0.4018 & 0.7220 \\ 0.4442 & 0.1879 & 0.3143 & 0.5061 & 0.3077 & 0.3062 \\ 0.6206 & 0.4906 & 0.6084 & 0.4648 & 0.4116 & 0.1122 \\ 0.9517 & 0.4093 & 0.1750 & 0.5414 & 0.2859 & 0.4433 \\ 0.6400 & 0.4635 & 0.6210 & 0.9423 & 0.3941 & 0.4668 \end{vmatrix}$$

的余子式为

$$M_{21} = 0.0072, \quad M_{22} = 0.0102, \quad M_{23} = 0.0036, \\ M_{24} = -0.0056, \quad M_{25} = -0.0079, \quad M_{26} = 0.0092.$$

代数余子式为

$$A_{21} = -0.0072, \quad A_{22} = 0.0102, \quad A_{23} = -0.0036, \\ A_{24} = -0.0056, \quad A_{25} = 0.0079, \quad A_{26} = 0.0092.$$

例 5: 随机生成一个 7 阶整数矩阵 A , 并计算行列式 $|A|$ 的所有元素的余子式和代数余子式.

编写下列程序

```
n=7;
A=round(randn(n))
M=zeros(n);
AD=zeros(n);
for i=1:n
    for j=1:n
        M(i,j)=det([A(1:i-1,1:j-1) A(1:i-1,j+1:n);
                    A(i+1:n,1:j-1) A(i+1:n,j+1:n)]);
        AD(i,j)=((-1)^(i+j))*det([A(1:i-1,1:j-1) A(1:i-1,j+1:n);
                                   A(i+1:n,1:j-1) A(i+1:n,j+1:n)]);
    end
end
```

end

M

AD

运行结果:

A =

0	0	-1	-1	-1	-1	-1
0	1	-1	0	-2	-1	0
-1	1	1	-1	1	0	-1
0	1	0	1	-1	-1	-1
0	-1	0	1	0	-1	0
0	0	0	-1	0	1	1
1	0	-1	0	0	0	0

M =

-1	-1	-1	-1	1	0	1
-3	-1	-3	-1	1	0	1
-1	1	-1	-1	-1	-2	-1
6	0	6	2	-2	2	0
-4	0	-4	-2	0	-4	-2
8	0	8	4	-2	4	2
-3	1	-1	-1	-1	-2	-1

AD =

-1	1	-1	1	1	0	1
3	-1	3	-1	-1	0	-1
-1	-1	-1	1	-1	2	-1
-6	0	-6	2	2	2	0
-4	0	-4	2	0	4	-2
-8	0	-8	4	2	4	-2
-3	-1	-1	1	-1	2	-1

则矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

的余子式构成的矩阵为

$$M = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ -3 & -1 & -3 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -2 & -1 \\ 6 & 0 & 6 & 2 & -2 & 2 & 0 \\ -4 & 0 & -4 & -2 & 0 & -4 & -2 \\ 8 & 0 & 8 & 4 & -2 & 4 & 2 \\ -3 & 1 & -1 & -1 & -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

代数余子式构成的矩阵为

$$A^* = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 3 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 2 & -1 \\ -6 & 0 & -6 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ -4 & 0 & -4 & 2 & 0 & 4 & -2 \\ -8 & 0 & -8 & 4 & 2 & 4 & -2 \\ -3 & -1 & -1 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

补充作业:

- (1) 按正态分布随机生成一个 7 阶矩阵 A , 并计算 A 的行列式的值.
- (2) 生成一个 8 阶范德蒙行列式, 并计算它的值.
- (3) 按均匀分布随机生成一个 5 阶矩阵 A , 并计算行列式 $|A|$ 的第 3 行各元素的余子式和代数余子式.
- (4) 按正态分布随机生成一个 10 阶矩阵 A , 并计算行列式 $|A|$ 的所有元素的余子式和代数余子式.